

.....  
.  
EXERCICE PERMETTANT D'ABORDER LE DOMAINE VASTE DES MATRICES  
.  
.  
01/02/2022  
.  
.....

<> Avant-propos:

- une matrice est un tableau (ou une grille) constitué(e) ...
  - >> de nombres
  - >> de symboles
  - >> de nombres et de symboles
  - >> d'expressions algébriques
- à titre d'exemple, les matrices sont beaucoup utilisées dans les jeux video pour calculer les images (portraits, paysages, etc.) en 3D selon les angles de vue

<> Question:

- soit le système de 2 équations:  
|  $2x + 3y = 0$   
<  
|  $4x + y = 5$
- $x = ?$  et  $y = ?$  (en utilisant des matrices)  
[note: résultats attendus:  $x = 1,5$  et  $y = -1$ ]

<> Réponse:

-----  
<<>><<>><<>> I. RAPPEL SUR LES MATRICES <<>><<>><<>>  
-----

- diviser une matrice par une autre revient à multiplier la première matrice par l'inverse de la deuxième matrice:
  - > comme pour les nombres:  $a/b = c \Leftrightarrow a \cdot (1/b) = c$
  - > comme pour les matrices:  $M1/M2 = M3 \Leftrightarrow M1 \cdot (1/M2) = M3$
- inverser une matrice (étape 1 sur 4: calcul du déterminant):
  - > de même que l'inverse de  $b$  est  $1/b$
  - > de même l'inverse de la matrice  $M2$  est  $1/M2$
  - > attention: toute matrice n'est pas réversible

-> pour tester la réversibilité d'une matrice carrée 2 sur 2 il faut procéder ainsi:

-> soit la matrice M (avec 4 valeurs: 1, 2, 3 et 4):

$$M = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ | & 1 & | & 2 & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ | & 3 & | & 4 & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}$$

-> faire la différence des produits (appelée le "déterminant") des diagonales:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \cdot & \cdot & \cdot \\ | & 1 & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ | & 4 & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} & & \begin{array}{c} \cdot & \cdot & \cdot \\ | & 2 & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ | & 3 & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \\ \hline & + & \\ & | & \\ + & \hline & + \\ | & & + \\ + & \text{déterminant de la matrice } M = |M| = | & 1*4 - 3*2 = -2 & | \\ & & + & \end{array}$$

-> si le déterminant  $|M| \neq 0 \Rightarrow$  la matrice est réversible

-> si le déterminant  $|M| = 0 \Rightarrow$  la matrice n'est pas réversible

• inverser une matrice (étape 2 sur 4: calcul de la matrice adjointe):

-> soit la matrice M (avec 4 valeurs: a, b, c et d):

$$M = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ | & a & | & b & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ | & c & | & d & | \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}$$

-> la matrice adjointe de M (adjM):

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \cdot & \cdot & \cdot \\ | & a & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ | & d & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} & \text{----> permutation dans la diagonale ---->} & \begin{array}{c} \cdot & \cdot & \cdot \\ | & d & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ | & a & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \\ \\ \begin{array}{c} \cdot & \cdot & \cdot \\ | & b & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ | & c & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} & \text{----> inversion dans la diagonale ---->} & \begin{array}{c} \cdot & \cdot & \cdot \\ | & -b & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ | & -c & | \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \end{array}$$

-> pour obtenir:

adjM

$$\begin{array}{c} \text{-----} \\ | \quad d \quad | \quad -b \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad -c \quad | \quad a \quad | \\ \text{-----} \end{array}$$

- inverser une matrice (étape 3 sur 4: calcul de la matrice inversée):

-> convertir M en adjM:

$$\begin{array}{c} M \\ \text{-----} \\ | \quad a \quad | \quad b \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad c \quad | \quad d \quad | \\ \text{-----} \end{array} \quad \text{---->} \quad \begin{array}{c} \text{adjM} \\ \text{-----} \\ | \quad d \quad | \quad -b \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad -c \quad | \quad a \quad | \\ \text{-----} \end{array}$$

-> multiplier adjM par l'inverse du déterminant (D) pour obtenir la matrice inverse de M (1/M):

$$\begin{array}{c} \text{adjM} \\ \text{-----} \\ | \quad d \quad | \quad -b \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad -c \quad | \quad a \quad | \\ \text{-----} \end{array} \quad * \quad 1/D \quad = \quad \begin{array}{c} 1/M \\ \text{-----} \\ | \quad d/D \quad | \quad -b/D \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad -c/D \quad | \quad a/D \quad | \\ \text{-----} \end{array}$$

- inverser une matrice (étape 4 sur 4: exemple réel):

-> convertir M en adjM:

$$\begin{array}{c} M \\ \text{-----} \\ | \quad 1 \quad | \quad 2 \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad 3 \quad | \quad 4 \quad | \\ \text{-----} \end{array} \quad \text{---->} \quad \begin{array}{c} \text{adjM} \\ \text{-----} \\ | \quad 4 \quad | \quad -2 \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad -3 \quad | \quad 1 \quad | \\ \text{-----} \end{array}$$

-> multiplier adjM par l'inverse du déterminant (D) pour obtenir la matrice inverse de M (1/M):

$$\begin{array}{c} \text{adjM} \\ \text{-----} \\ | \quad 4 \quad | \quad -2 \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad -3 \quad | \quad 1 \quad | \\ \text{-----} \end{array} \quad * \quad -1/2 \quad = \quad \begin{array}{c} 1/M \\ \text{-----} \\ | \quad -2 \quad | \quad 1 \quad | \\ \text{-----} \\ | \quad 1,5 \quad | \quad -0,5 \quad | \\ \text{-----} \end{array}$$

- multiplier une matrice par une autre matrice:

-> procédure pour multiplier 2 matrices (carrées) entre elles:

-> soit: matrice X \* matrice Y = matrice Z

-> [note: r1 = rang 1; r2 = rang 2, c1 = colonne 1, c2 = colonne 2]

$$\begin{array}{ccc}
 X & & Y & & Z \\
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline r1 & | & | & | \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline r2 & | & | & | \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline c1 & c2 \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline | & r1 & c1 & | & r1 & c2 & | \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline | & r2 & c1 & | & r2 & c2 & | \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 1 & | & 2 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 3 & | & 4 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 5 & | & 6 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 7 & | & 8 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline | & .* & + & .* & | & .* & + & .* & | \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline | & .* & + & .* & | & .* & + & .* & | \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

1) r1c1 (gauche \* haut + droite \* bas):

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 1 & | & 2 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline | & 5 & | \\ \hline \bullet \\ \hline | & 7 & | \\ \hline \bullet \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 1*5 + 2*7 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

2) r1c2 (gauche \* haut + droite \* bas):

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 1 & | & 2 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline | & 6 & | \\ \hline \bullet \\ \hline | & 8 & | \\ \hline \bullet \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & & | & 1*6 + 2*8 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

3) r2c1 (gauche \* haut + droite \* bas):

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 3 & | & 4 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline | & 5 & | \\ \hline \bullet \\ \hline | & 7 & | \\ \hline \bullet \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & & | & 3*5 + 4*7 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

4) r2c2 (gauche \* haut + droite \* bas):

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & 3 & | & 4 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline | & 6 & | \\ \hline \bullet \\ \hline | & 8 & | \\ \hline \bullet \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline | & & | & 3*6 + 4*8 & | \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

-> mode opératoire (pas à pas):

>> la case en haut à gauche de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 1 de X avec le terme en haut de la colonne 1 de Y

>>> du terme à droite du rang 1 de X avec le terme en bas de la colonne 1 de Y

puis

>> la case en haut à droite de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 1 de X avec le terme en haut de la colonne 2 de Y  
 >>> du terme à droite du rang 1 de X avec le terme en bas de la colonne 2 de Y  
 puis

>> la case en bas à gauche de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 2 de X avec le terme en haut de la colonne 1 de Y

>>> du terme à droite du rang 2 de X avec le terme en bas de la colonne 1 de Y

puis

>> la case en bas à droite de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 2 de X avec le terme en haut de la colonne 2 de Y

>>> du terme à droite du rang 2 de X avec le terme en bas de la colonne 2 de Y

-----  
 <<>><<>><<>> II. RÉPONSE DE L'EXERCICE <<>><<>><<>>  
 -----

- stocker les données de l'exercice dans des matrices:

-> soit les 3 matrices du système d'équation à résoudre:

- 1) la matrice des valeurs connues (C): 2, 3, 4 et 1
- 2) la matrice des valeurs inconnues (I): x et y
- 3) la matrice des résultats connus (R): 0 et 5

$$\begin{array}{ccc}
 \text{C} & & \text{I} & & \text{R} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet \\ | 2 | 3 | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet \\ | 4 | 1 | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet \end{array} & * & \begin{array}{|c|} \hline \bullet\text{---}\bullet \\ | x | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet \\ | y | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet \end{array} & = & \begin{array}{|c|} \hline \bullet\text{---}\bullet \\ | 0 | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet \\ | 5 | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet \end{array}
 \end{array}$$

+-----+  
 | R = C\*I => I = R/C ou encore R\*(1/C) ou encore (1/C)\*R |  
 +-----+

- calculer le déterminant de C:

-> le déterminant permet de vérifier la réversibilité de la matrice C:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet \\ | 2 | 3 | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet \\ | 4 | 1 | \\ \hline \bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \bullet\text{---}\bullet \\ | 2 | \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{|c|} \hline \bullet\text{---}\bullet \\ | 3 | \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 2*1 - 3*4 = -10 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

----> déterminant de la matrice C = |C| =

-> le déterminant est différent de 0 => matrice C = réversible

- inversion de la matrice C:

-> convertir C en adjC:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 3 \\ \hline \end{array}
 \quad \text{---->} \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & -3 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 1 \\ \hline \end{array}
 \quad \text{---->} \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline -4 & 2 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

-> multiplier adjC par l'inverse du déterminant (D) pour obtenir la matrice inverse de C (1/C):

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & -3 \\ \hline \end{array}
 \quad * \quad -1/10 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline -0,1 & 0,3 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline -4 & 2 \\ \hline \end{array}
 \quad * \quad -1/10 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 0,4 & -0,2 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

- multiplication de la matrice 1/C avec la matrice R:

-> [rappel:

>> rang versus colonne

>> (gauche \* haut) + (droite \* bas)]

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline -0,1 & 0,3 \\ \hline \end{array}
 \quad * \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array}
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|} \hline -0,1*0 + 0,3*5 \\ \hline \end{array}
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 1,5 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 0,4 & -0,2 \\ \hline \end{array}
 \quad * \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array}
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 0,4*0 + -0,2*5 \\ \hline \end{array}
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|} \hline -1 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

- RÉSULTAT FINAL:

$$\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline 1,5 \\ \hline \end{array} \text{ <--- est la valeur x attendue} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline -1 \\ \hline \end{array} \text{ <--- est la valeur y attendue} \\ \hline \end{array}$$

```

|
+-----+

```

<> fin

```

-----
<<>><<>><<>>   III. BONUS   <<>><<>><<>>
-----

```

• calcul du déterminant d'une matrice 3 sur 3:

-> soit la matrice M et la règle des signes:

M

•••••	•••••
9   8   7	+   -   +
•••••	•••••
+---  6   5   4	-   +   -
	•••••
3   2   0	+   -   +
•••••	•••••
•••••	•••••
+---  6   5   4	-   +   -
•••••	•••••

et

•••••	•••••
9   8   7	+   -   +
•••••	•••••
+---  6   5   4	-   +   -
	•••••
3   2   0	+   -   +
•••••	•••••
•••••	•••••
+---  6   5   4	-   +   -
•••••	•••••

$$|M| = - \begin{vmatrix} 6 \\ \cdot \\ \cdot \end{vmatrix} * M1 + \begin{vmatrix} 5 \\ \cdot \\ \cdot \end{vmatrix} * M2 - \begin{vmatrix} 4 \\ \cdot \\ \cdot \end{vmatrix} * M3$$

-> contenu de la matrice M (rappel):

M

```

•••••
| 9 | 8 | 7 |
•••••
| 6 | 5 | 4 |
•••••
| 3 | 2 | 0 |
•••••

```

-> contenu de la matrice M1 à partir de M:

M	M1
•••••	•••••
■   8   7	8   7
• ■ •••••	•••••
■ ■ ■ ■ ■	2   0
• ■ •••••	•••••
■   2   0	•••••
•••••	•••••

-> contenu de la matrice M2 à partir de M:

M	M2
•••••	•••••





$|M| = 3 \neq 0 \Rightarrow M$  est inversible

---

- générer la matrice adjointe de  $M$  ( $\text{adj}M$ ):

-> contenu de la matrice  $M$  (rappel):

M

```

.....
| 9 | 8 | 7 |
.....
| 6 | 5 | 4 |
.....
| 3 | 2 | 0 |
.....

```

-> procédure en 4 étapes:

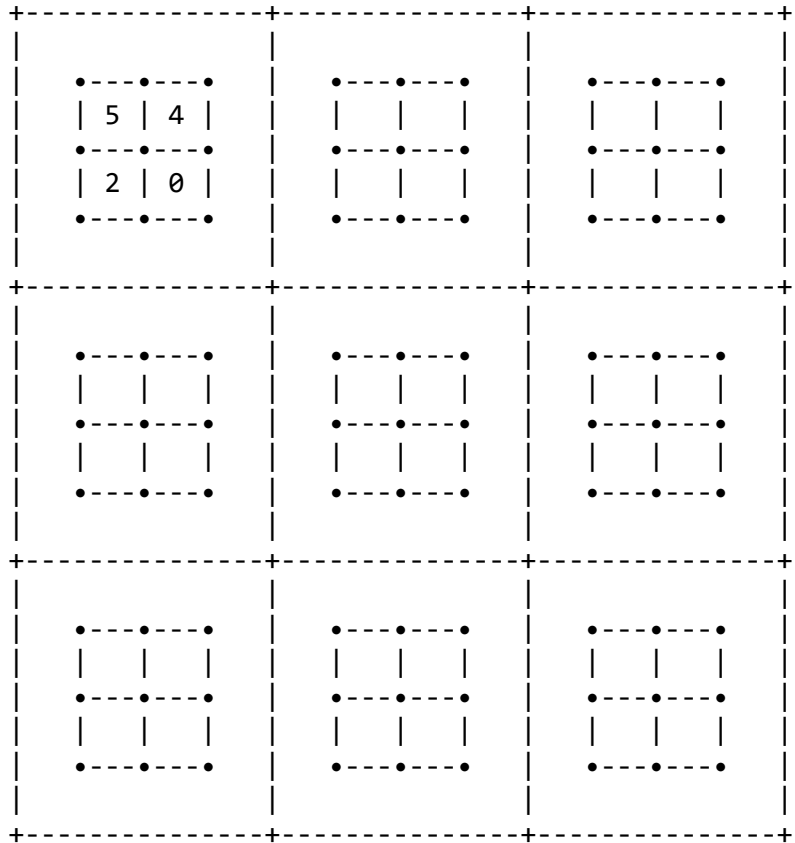
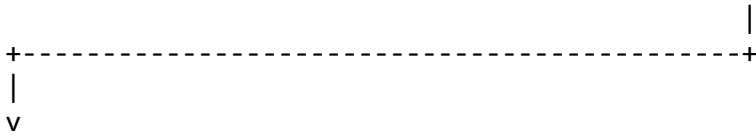
étape #1 ...

M

```

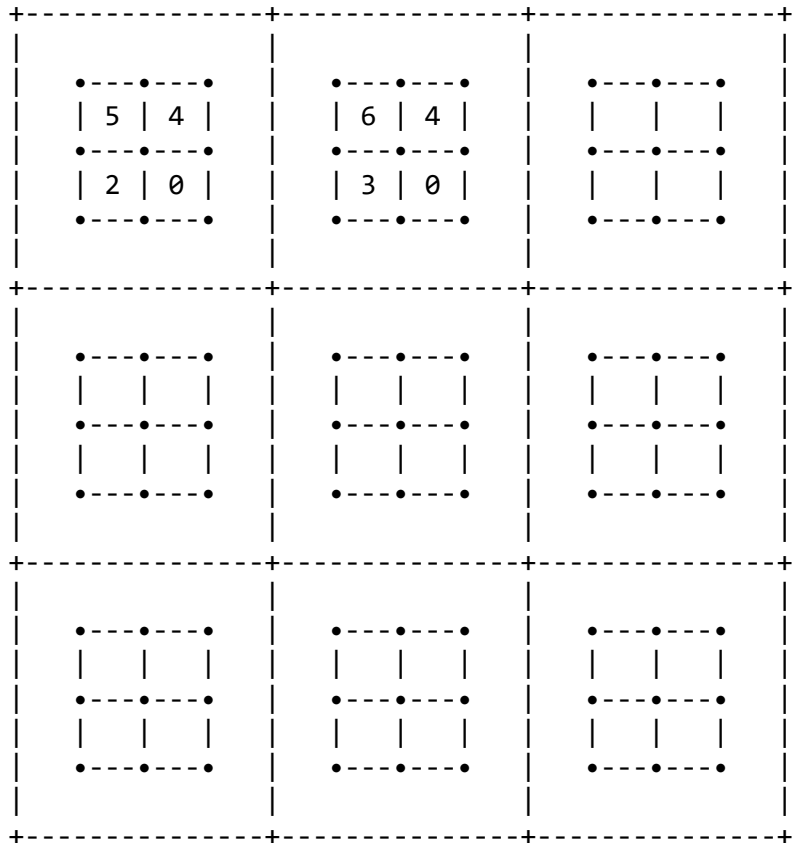
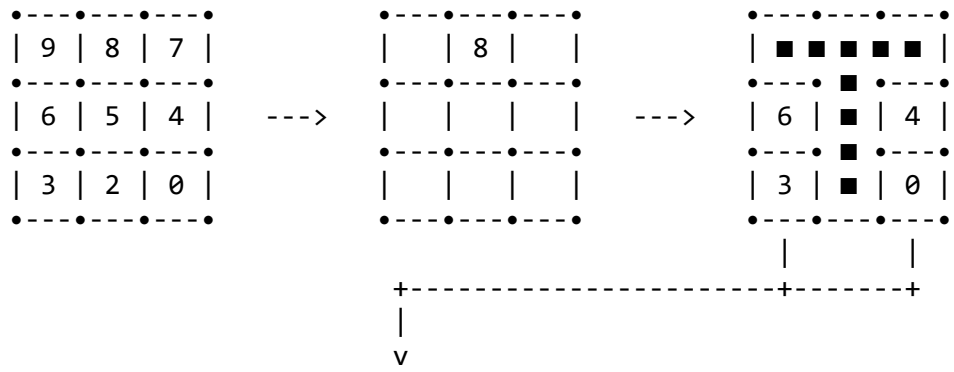
.....          .....          .....
| 9 | 8 | 7 |    | 9 |   |   |    | ■ ■ ■ ■ ■ |
.....          .....          .....
| 6 | 5 | 4 |    |   |   |   |    | ■ | 5 | 4 |
.....          .....          .....
| 3 | 2 | 0 |    |   |   |   |    | ■ | 2 | 0 |
.....          .....          .....

```



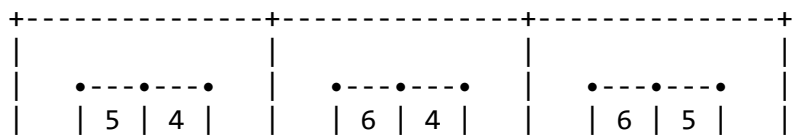
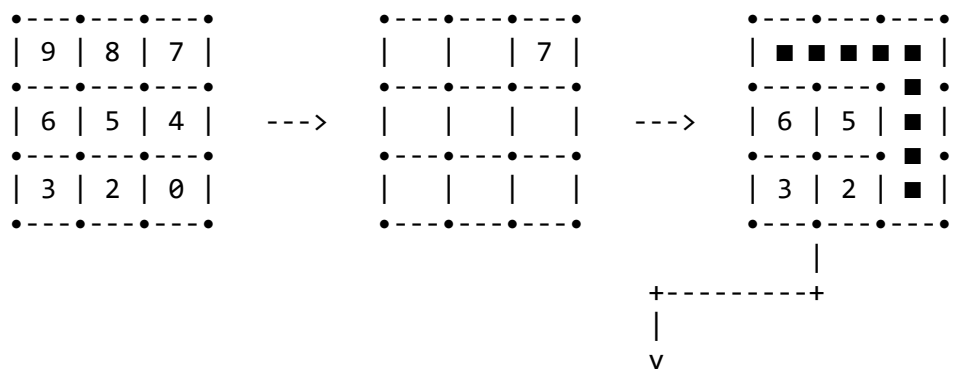
étape #2 ...

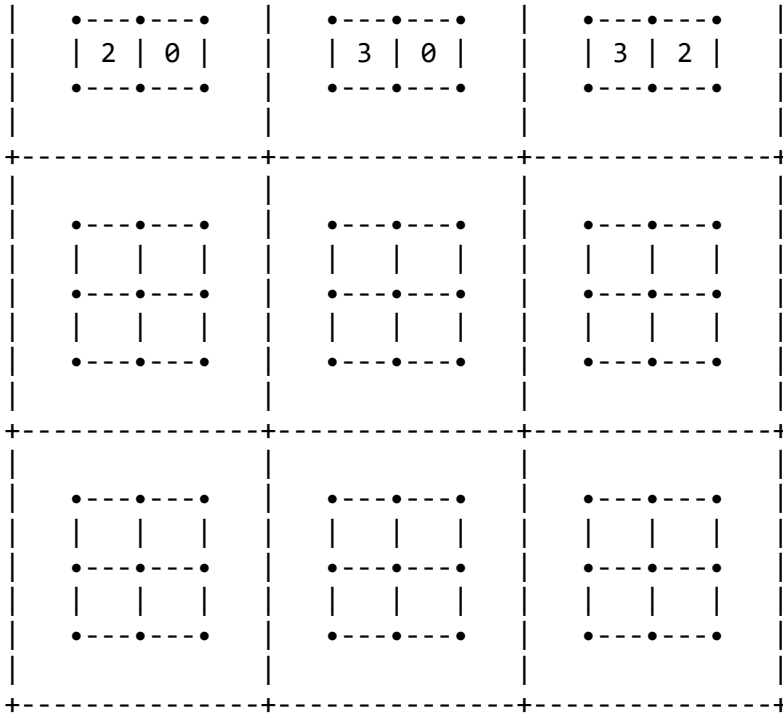
M



étape #3 ...

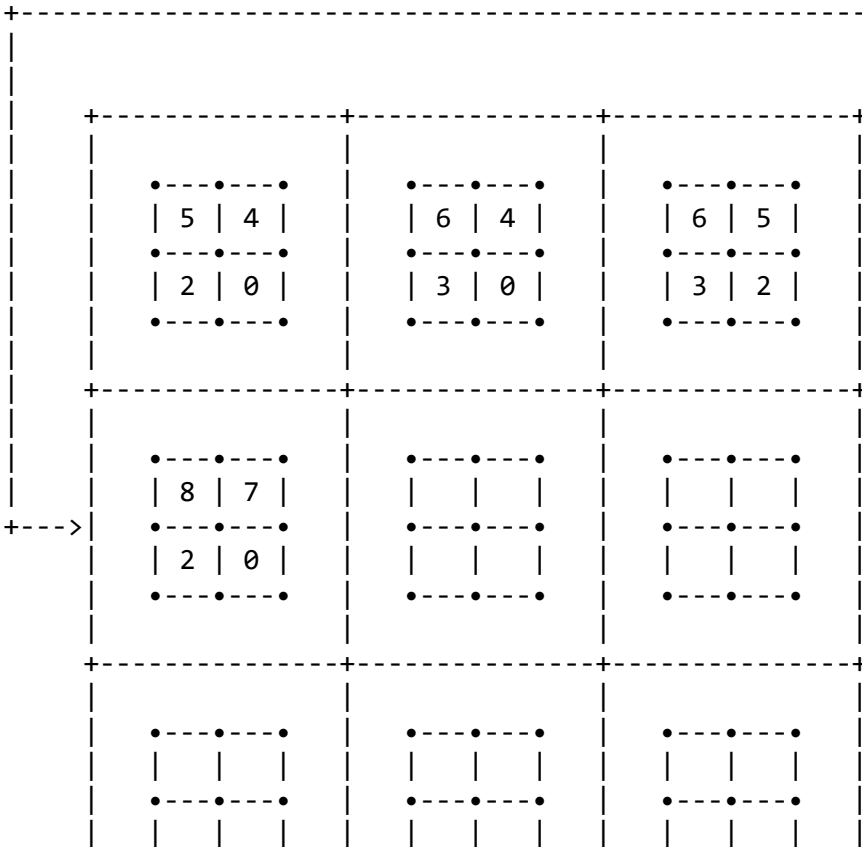
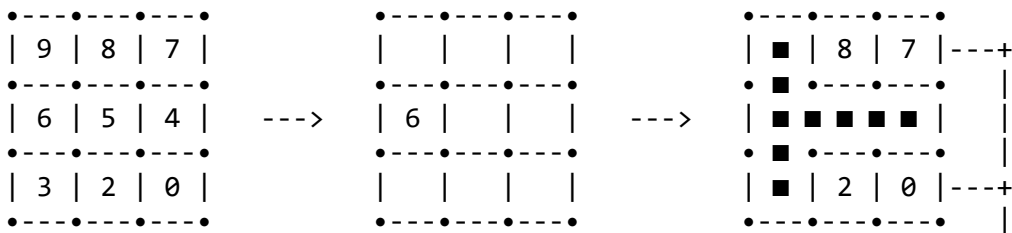
M

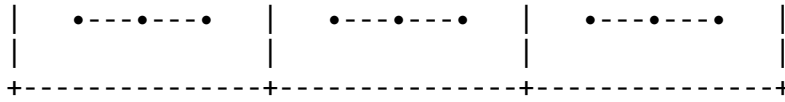




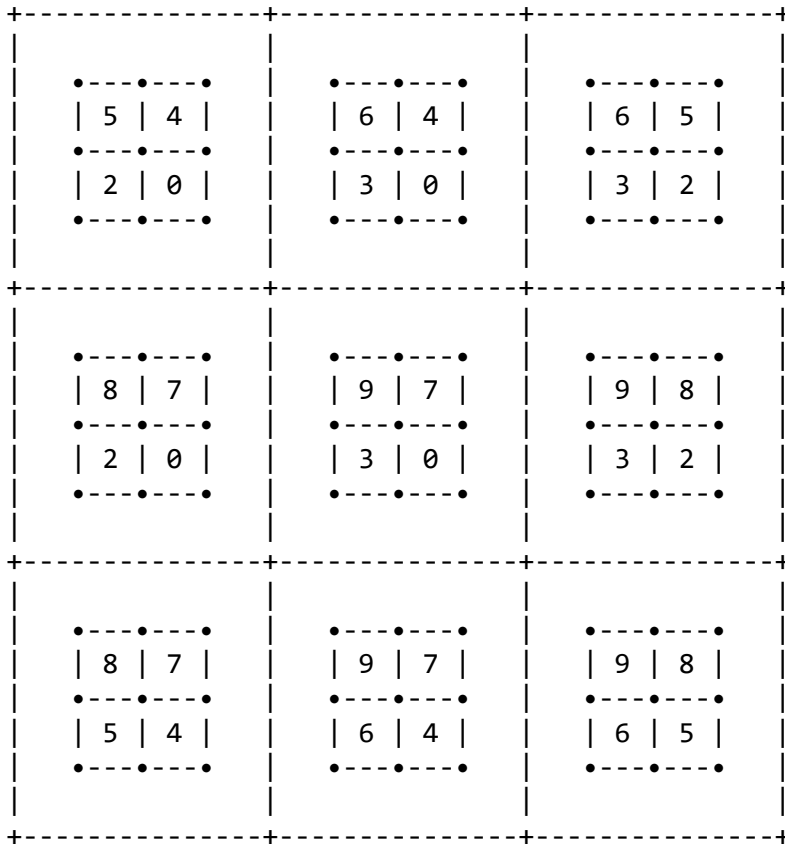
étape #4 ...

M

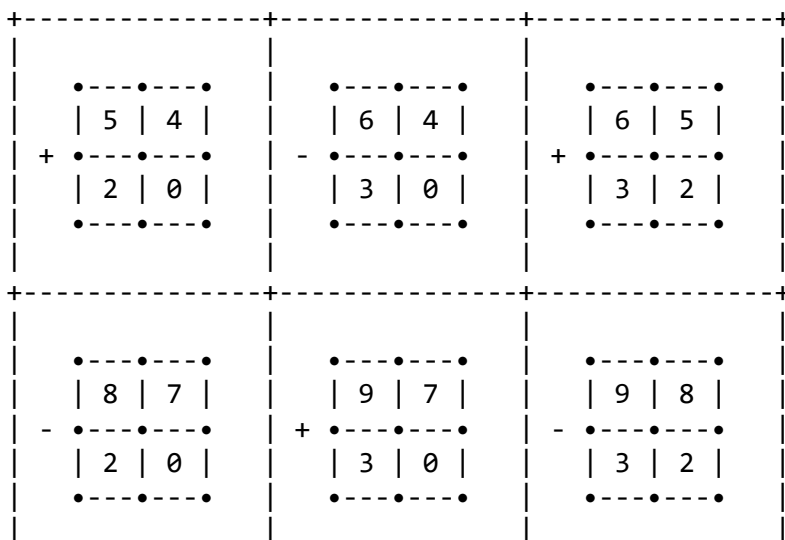
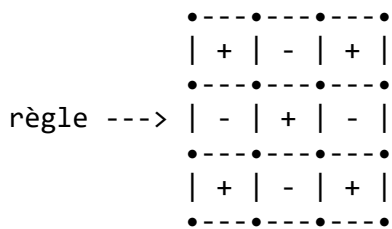




et ainsi de suite, avec la même logique, jusqu'à obtenir ...



puis, selon la règle chacune des "sous-matrices" doit être signée ...





$$+ \begin{array}{c} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | 5 | 4 | \\ \cdot \text{---} \cdot \end{array} \text{---->} + (8*4 - 7*5) = +(-3) = -3$$

$$- \begin{array}{c} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | 9 | 7 | \\ \cdot \text{---} \cdot \end{array} \text{---->} - (9*4 - 7*6) = -(-6) = 6$$

$$+ \begin{array}{c} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | 9 | 8 | \\ \cdot \text{---} \cdot \end{array} \text{---->} + (9*5 - 8*6) = +(-3) = -3$$

puis ranger les résultats dans une matrice 3 sur 3 ...

$$\begin{array}{c} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | -8 | 12 | -3 | \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | 14 | -21 | 6 | \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | -3 | 6 | -3 | \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \end{array}$$

puis opérer une permutation sur le modèle ...

$$\begin{array}{c} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | a | b | c | \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | d | e | f | \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ | g | h | i | \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \end{array}$$

où le contenu des angles au-dessus et en-dessous de la diagonale "a-e-i" ...

$$\begin{array}{c} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot | | | \\ | a | \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot \cdot \text{---} \cdot | | \\ \cdot \text{---} \cdot | e | \cdot \text{---} \cdot \\ | | \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot | i | \\ | | | \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot | b | c | \\ | | \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot | f | \\ \cdot \text{---} \cdot | | \cdot \text{---} \cdot \\ | d | \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot | | \\ | g | h | \cdot \text{---} \cdot \\ \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot \end{array}$$

sont permutés, et donc "b-c-f" devient "d-g-h" et "d-g-h" devient "b-c-f" ...

$$\begin{array}{c} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \mid d \mid g \mid \\ \mid \mid \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \mid h \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \mid \mid \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid b \mid \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \mid \mid \\ \mid c \mid f \mid \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array}$$

ce qui donne en finalité ...

$$\begin{array}{c} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid a \mid d \mid g \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid b \mid e \mid h \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid c \mid f \mid i \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array}$$

et obtenir la matrice adjointe (adjM) ...

$$\begin{array}{c} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -8 \mid 12 \mid -3 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid 14 \mid -21 \mid 6 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -3 \mid 6 \mid -3 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array} \text{ devient } \begin{array}{c} \text{adjM} \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -8 \mid 14 \mid -3 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid 12 \mid -21 \mid 6 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -3 \mid 6 \mid -3 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array}$$

- inversion de la matrice M:

-> inverse d'une matrice M est le produit de sa matrice adjointe (adjM) par l'inverse du déterminant de M (|M|):

$$\begin{array}{c} +\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot+ \\ \mid \\ \mid \text{adjM} * \frac{1}{|M|} = 1/M \\ \mid \\ \mid \\ +\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot+ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{adjM} \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -8 \mid 14 \mid -3 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid 12 \mid -21 \mid 6 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -3 \mid 6 \mid -3 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array} * \frac{1}{3} = \begin{array}{c} 1/M \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -8/3 \mid 14/3 \mid -1 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid 4 \mid -7 \mid 2 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \mid -1 \mid 2 \mid -1 \mid \\ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array}$$

$$\frac{1}{M} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} \hline -2,666666667 & 4,666666667 & -1 \\ \hline 4 & -7 & 2 \\ \hline -1 & 2 & -1 \\ \hline \end{array}$$

<> fin