

<> Question:

résoudre le système (deux équations):

$$ab + c = 88$$

$$a + bc = 89$$

note: a, b et c sont des nombres entiers

<> Réponse:

$$ab + c = 88$$

$$a + bc = 89$$

$$(a + bc) - (ab + c) = 89 - 88$$

$$a + bc - ab - c = 1$$

$$a - ab + bc - c = 1$$

a et c en facteurs communs:

$$a(1 - b) + c(b - 1) = 1$$

rappel (règle générale):

$$x(y - z) = -x(-y + z) = -x(z - y)$$

donc: $a(1 - b) + c(b - 1) = 1$ devient:

$$a(1 - b) - c(1 - b) = 1$$

(1 - b) en facteur commun:

$$(1 - b)(a - c) = 1$$

sachant que $1 = (+1)(+1)$ et $1 = (-1)(-1)$:

$$(1 - b)(a - c) = (+1)(+1)$$

$$(1 - b)(a - c) = (-1)(-1)$$

<<>><<>><<>>

1. Cas $(1 - b)(a - c) = (+1)(+1)$:

$$(1 - b) = 1 \Rightarrow b = 0$$

si $b = 0$ alors $ab + c = 88$ devient:

$$0 + c = 88$$

$$c = 88$$

si $b = 0$ alors $a + bc = 89$ devient:

$$a + 0 = 89$$

$$a = 89$$

$$\begin{array}{c} +-----+ \\ | a = 89, b = 0, c = 88 | \\ +-----+ \end{array}$$

<<>><<>><<>>

2. Cas $(1 - b)(a - c) = (-1)(-1)$:

$$(1 - b) = -1 \Rightarrow b = 2$$

si $b = 2$ alors:

$$ab + c = 88 \text{ devient } 2a + c = 88$$

$$a + bc = 89 \text{ devient } a + 2c = 89$$

résolution du système:

$$\begin{array}{r} 2a + c = 88 \\ a + 2c = 89 \quad + \text{ (addition)} \\ \hline \end{array}$$

$$3a + 3c = 177$$

$$3a + 3c = 177$$

$$3(a + c) = 177$$

$$a + c = 177/3$$

$$a + c = 59$$

résolution d'un nouveau système:

$$\begin{array}{r} 2a + c = 88 \\ a + c = 59 \quad + \text{ (soustraction)} \\ \hline \end{array}$$

$$a + 0 = 29$$

si $a = 29$ et $b = 2$ alors:

$$ab + c = 88 \text{ devient } 29*2 + c = 88$$

$$58 + c = 88$$

$$c = 88 - 58$$

$$c = 30$$

$$\begin{array}{c} +-----+ \\ | a = 29, b = 2, c = 30 | \\ +-----+ \end{array}$$