

<> Question:

résoudre le système d'équations suivant:

$$\sqrt{x} + y = 21$$

$$x + \sqrt{y} = 29$$

note: sqrt = racine carrée

+-----+
| important: x et y = entiers naturels |
+-----+

<> Réponse:

$$\sqrt{x} + y = 21$$

$$x + \sqrt{y} = 29$$

$$(\sqrt{x} + y) - (x + \sqrt{y}) = 21 - 29$$

$$(\sqrt{x} + y) - (x + \sqrt{y}) = -8$$

$$\sqrt{x} + y - x - \sqrt{y} = -8$$

$$y - x + \sqrt{x} - \sqrt{y} = -8$$

$$(y - x) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = -8$$

$$(-x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = -8$$

$$-(x - y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = -8$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - (x - y) = -8$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - [(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2] = -8$$

différence des 2 carrés << $(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2$ >>:

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = -8$$

mise en facteur commun de << $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ >>:

$$[\sqrt{x} - \sqrt{y}][1 - (\sqrt{x} + \sqrt{y})] = -8$$

$$[\sqrt{x} - \sqrt{y}][1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}] = -8$$

$$[\sqrt{x} - \sqrt{y}][1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}] = -8$$

$$[\sqrt{x} - \sqrt{y}][1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}]^{-1} = -8^{-1}$$

$$[\sqrt{x} - \sqrt{y}][-1 + \sqrt{x} + \sqrt{y}] = 8$$

$$[\sqrt{x} - \sqrt{y}][\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1] = 8$$

hypothèses et calcul:

$$\begin{aligned} [\sqrt{x} - \sqrt{y}] &= 1 \text{ ou } 2 \text{ ou } 4 \text{ ou } 8 \\ + [\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1] &= 8 \text{ ou } 4 \text{ ou } 2 \text{ ou } 1 \\ \hline 2\sqrt{x} - 1 &= 9 \text{ ou } 6 \text{ ou } 6 \text{ ou } 9 \end{aligned}$$

$$2\sqrt{x} = 9+1 \text{ ou } 6+1$$

$$2\sqrt{x} = 10 \text{ ou } 5$$

$$\sqrt{x} = 10/2 \text{ ou } 5/2$$

$$10/2 = 5 = \text{nombre naturel} = \text{ok}$$

<><><> calcul de x <><><>

$$\sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 5^2 = 25$$

$$\begin{array}{c} +-----+ \\ | x = 25 | \\ +-----+ \end{array}$$

<><><> calcul de y <><><>

$$\sqrt{x} + y = 21$$

$$\text{comme } \sqrt{x} = 5$$

$$\Rightarrow 5 + y = 21$$

$$\Rightarrow y = 21 - 5 = 16$$

$$\begin{array}{c} +-----+ \\ | y = 16 | \\ +-----+ \end{array}$$

vérification:

$$\sqrt{x} + y = 21$$

$$x + \sqrt{y} = 29$$

$$\sqrt{25} + 16 = 5 + 16 = 21 \text{ <-- Ok !}$$

$$25 + \sqrt{16} = 25 + 4 = 29 \text{ <-- Ok !}$$

<><><> RAISONNEMENT DE LAURENT M. <><><>

Comme x et y sont des carrés d'entiers, on peut faire le tableau suivant en se basant (au choix) sur << $\sqrt{x} + y = 21$ >>:

	y					
	1 ²	2 ²	3 ²	4 ²	5 ²	
x	1 ²	2	5	10	17	26
	2 ²	3	6	11	18	27
	3 ²	4	7	12	19	28
	4 ²	5	8	13	20	29
	5 ²	6	9	14	21	30

^

|

sqrt(x) + y = 21 -----+

21 => x = 5² = 25 et y = 4² = 16

```

+-----+
| x = 25 |
+-----+
| y = 16 |
+-----+

```