

<> Question: résoudre

$$\frac{2^{(9^x)}}{8^{(3^x)}} = \frac{1}{4}$$

<> Réponse:

convention d'écriture: $\log[b](a) \leftarrow [b] = \text{base du logarithme}$

$$2^{(9^x)} / 8^{(3^x)} = 1/4$$

$$2^{(9^x)} / 2^{3 \cdot 3^x} = 1/4$$

$$2^{(9^x)} / 2^{(3 \cdot 3^x)} = 1/4$$

$$2^{(9^x - 3 \cdot 3^x)} = 1/4$$

$$\log[2](2^{(9^x - 3 \cdot 3^x)}) = \log[2](1/4)$$

$$\log[2](2^{(9^x - 3 \cdot 3^x)}) = \log[2](1) - \log[2](4)$$

$$(9^x - 3 \cdot 3^x) \log2 = \log[2](1) - \log[2](4)$$

note: $\log[2](1) = 0$

$$(9^x - 3 \cdot 3^x) \log2 = 0 - \log[2](4)$$

$$9^x - 3 \cdot 3^x = (0 - \log[2](4)) / \log2$$

$$9^x - 3 \cdot 3^x = 0 / \log2 - \log[2](4) / \log2$$

$$9^x - 3 \cdot 3^x = 0 - 2/1$$

$$9^x - 3 \cdot 3^x = 0 - 2$$

$$9^x - 3 \cdot 3^x = -2$$

$$(3^2)^x - 3 \cdot 3^x = -2$$

$$(3^x)^2 - 3 \cdot 3^x = -2$$

$$(3^x)^2 - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$$

changement de variable: $3^x = X$ <----- ETIQUETTE (1)

$$X^2 - 3X + 2 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$$

$$X' = (-(-3) + 1) / 2 \cdot 1 = 4/2 = 2$$

$$X'' = (-(-3) - 1)/2*1 = 2/2 = 1$$

rappel: $X = 3^x$

racine #1:

$$X' = 3^x = 2$$

$$\log[3](3^x) = \log[3](2)$$

$$x \log3 = \log[3](2)$$

note: $\log3 = 1$

$$x*1 = \log[3](2)$$

$$\begin{array}{c} +-----+ \\ | x = \log[3](2) | \\ +-----+ \end{array}$$

racine #2:

$$X'' = 3^x = 1$$

$$\log[3](3^x) = \log[3](1)$$

$$x \log3 = \log[3](1)$$

$$x = \log[3](1)/\log3$$

note: $\log[3](1) = 0$

$$x = 0/0 \leftarrow \text{division par zéro !!!}$$

$$\begin{array}{c} +-----+ \\ | pas de deuxième racine | \\ +-----+ \end{array}$$

<> Vérification:

$$x = \log[3](2) = 0,63092975357 = 0,631$$

$$2^{(9^x)}/8^{(3^x)}$$

$$= 2^{(9^{0,631})}/8^{(3^{0,631})}$$

$$= 16,00/64,02$$

$$= 1/4 \leftarrow \text{Ok !}$$

<> Réponse (alternative proposée par LM):

\\
// ici, la première partie évite astucieusement //
\\
// le recours aux logarithmes //
\\

$$2^{(9^x)}/8^{(3^x)} = 1/4$$

$$2^{(9^x)}/8^{(3^x)} = 1/2^2$$

$$2^2 * 2^{(9^x)} = 1 * 8^{(3^x)}$$

$$2^{(2 + 9^x)} = 2^{3 * (3^x)}$$

$$2^{(2 + 9^x)} = 2^{(3 * 3^x)}$$

$$2 + 9^x = 3 * 3^x$$

$$2 + (3^2)^x - 3 * 3^x = 0$$

$$2 + (3^x)^2 - 3 * 3^x = 0$$

$$(3^x)^2 - 3 * 3^x + 2 = 0$$

PUIS RETOUR CI-DESSUS -----> ETIQUETTE (1)

<> FIN