

<> Soit l'équation suivante:

$$3^{(x-1)} + 3^{(2x-4)} - 18 = 0$$

QUESTION:  $x = ?$

RÉPONSE:

- rappels: a)  $s^{(n+m)} = s^n * s^m$   
b)  $s^{(n-m)} = s^n / s^m$
- donc:  $3^{(x-1)} = 3^x / 3^1$
- donc:  $3^{(2x-4)} = 3^{2x} / 3^4$
- et on obtient alors:  $(3^x / 3^1) + (3^{2x} / 3^4) - 18 = 0$
- qui donne:  $(3^x / 3) + (3^{2x} / 81) - 18 = 0$
- rappel:  $s^{nm} = (s^n)^m$  ou (commutativité)  $(s^m)^n$
- donc:  $3^{2x} = (3^x)^2$
- et on obtient donc:  $(3^x / 3) + ((3^x)^2 / 81) - 18 = 0$
- qui peut s'écrire:  $(1/3 * 3^x) + (1/81 * (3^x)^2) - 18 = 0$
- ou encore (permutation de termes):  $(1/81 * (3^x)^2) + (1/3 * 3^x) - 18 = 0$
- et de constater une analogie avec  $ax^2 + bx - c = 0$   
avec  $(1/81 * (3^x)^2) \dots$  pour  $ax^2$

avec  $(1/3 * 3^x)$  ..... pour bx

avec 18 pour ..... pour c

- et intervient le concept de CHANGEMENT DE VARIABLE: soit  $X = 3^x$

- donc:  $(1/81 * (3^x)^2) + (1/3 * 3^x) - 18 = 0$

- devient:  $(1/81 * X^2) + (1/3 * X) - 18 = 0$

- ou plus simplement:  $(1/81)X^2 + (1/3)X - 18 = 0$

avec  $a = +1/81$

avec  $b = +1/3$

avec  $c = -18$

- calcul du discriminant ( $\Delta = b^2 - 4ac$ ):

$$\Delta = (1/3)^2 - (4 * 1/81 * -18) = 1/9 + 72/81 = 1$$

- deux racines (note: RC = Racine Carrée):

a)  $X = (-b + RC(\Delta)) / 2a = (-1/3 + RC(1)) / 2 * 1/81 = +2/3 / 2/81 = +27$

b)  $X' = (-b - RC(\Delta)) / 2a = (-1/3 - RC(1)) / 2 * 1/81 = -4/3 / 2/81 = -54$

- comme X équivaut à  $3^x$  et que  $X = 27$

$$\Rightarrow 3^x = 27$$

$$\Rightarrow \log(3^x) = \log(27)$$

$$\Rightarrow x \log(3) = \log(27)$$

$$\Rightarrow x = \log(27) / \log(3)$$

$$\Rightarrow x = 3$$

- comme  $X'$  équivaut à  $3^x$  et que  $X' = -54$

$$\Rightarrow 3^x = -54$$

$$\Rightarrow \log(3^x) = \log(-54)$$

$$\Rightarrow \text{note: } \log(-54) = \text{"Math ERROR"} \Rightarrow \text{pas de solution pour } X' = -54$$

- Résultat final (solution):

$$\begin{array}{|c|} \hline x = 3 \\ \hline \end{array}$$

- Vérification:

$$3^{(x-1)} + 3^{(2x-4)} - 18 = 0$$

$$3^{(3-1)} + 3^{(6-4)} - 18 = 0$$

$$3^2 + 3^2 - 18 = 0$$

$$9 + 9 - 18 = 0$$

$$0 = 0$$

- (FIN)