<> **calculer la valeur de l'expression ci-dessous**

- $$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79} + \sqrt{80}} + \frac{1}{\sqrt{80} + \sqrt{81}} = ?$$

<> **étapes (pas à pas) du calcul**

- rappel d'une identité remarquable: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

- application de cette identité sur le 1er terme:

- $$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} = \frac{1*(\sqrt{1} - \sqrt{2})}{(\sqrt{1} + \sqrt{2})*(\sqrt{1} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{1} - \sqrt{2}}{(\sqrt{1})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{1} - \sqrt{2}}{1 - 2} = \frac{\sqrt{1} - \sqrt{2}}{-1} = \boxed{-\sqrt{1} + \sqrt{2}}$$

- application de cette identité sur le 2ème terme:

- $$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1*(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})*(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1} = \boxed{-\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

- application de cette identité sur le 3ème terme:

- $$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{1*(\sqrt{3} - \sqrt{4})}{(\sqrt{3} + \sqrt{4})*(\sqrt{3} - \sqrt{4})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{4})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{3 - 4} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{-1} = \boxed{-\sqrt{3} + \sqrt{4}}$$

- etc ...

- application de cette identité sur le dernier terme:

- $$\frac{1}{\sqrt{80} + \sqrt{81}} = \frac{1*(\sqrt{80} - \sqrt{81})}{(\sqrt{80} + \sqrt{81})*(\sqrt{80} - \sqrt{81})} = \frac{\sqrt{80} - \sqrt{81}}{(\sqrt{80})^2 - (\sqrt{81})^2} = \frac{\sqrt{80} - \sqrt{81}}{80 - 81} = \frac{\sqrt{80} - \sqrt{81}}{-1} = \boxed{-\sqrt{80} + \sqrt{81}}$$

- on obtient donc:

- $(-\sqrt{1} + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + (-\sqrt{4} + \sqrt{5}) + (-\sqrt{5} + \sqrt{6}) + (-\sqrt{6} + \sqrt{7}) + ... + (-\sqrt{80} + \sqrt{81})$

- $- \sqrt{1} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{6} + \sqrt{7} + ... - \sqrt{80} + \sqrt{81}$

- on constate:

  $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$
  $\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$
  $\sqrt{4} - \sqrt{4} = 0$
  $\sqrt{5} - \sqrt{5} = 0$
  $\sqrt{6} - \sqrt{6} = 0$
  $\sqrt{7} - \sqrt{7} = 0$
  ...
  $\sqrt{80} - \sqrt{80} = 0$

- en conséquence l'expression devient:

- $-\sqrt{1} + 0 + \sqrt{81} = -1 + 9 = 8$

CONCLUSION:

- $$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} + \ldots - \frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}} + \frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}} = \boxed{8}$$

- Note: En mathématique, une somme dont les termes s'annulent de proche en proche est une somme télescopique.