

=====
COMMENT TROUVER DEUX NOMBRES CONNAISSANT LEUR SOMME ET LEUR PRODUIT
=====

--- Exercices à réaliser ---

- soit x le premier nombre à trouver
- soit y le deuxième nombre à trouver

- exercice #1:

- $S = x + y = 11$

- $P = x * y = 30$

- $x = ?$

- $y = ?$

- exercice #2:

- $S = x + y = 18$

- $P = x * y = 77$

- $x = ?$

- $y = ?$

--- Méthode #1 (en passant par une équation du 2e degré) ---

- <<>><<>><<>> exercice #1 <<>><<>><<>>

- $x^2 - Sx + P = 0$

- soit $S = 11$ et $P = 30$

- $x^2 - 11x + 30 = 0$

- $\Delta = (-11)^2 - 4*1*30 = 121 - 120 = 1$

- $\Delta > 0 \Rightarrow$

| | |
|--|-------|
| racine #1 = $x = [-(-11) + \sqrt{1}] / 2*1 = (11 + 1) / 2 =$ | +---+ |
| racine #2 = $y = [-(-11) - \sqrt{1}] / 2*1 = (11 - 1) / 2 =$ | +---+ |
| | +---+ |

- vérification: $6 + 5 = 11$ et $6 * 5 = 30$

- <<>><<>><<>> exercice #2 <<>><<>><<>>

- soit $S = 18$ et $P = 77$
- $x^2 - 18x + 77 = 0$
- $\Delta = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 77 = 324 - 308 = 16$

- $\Delta > 0 \Rightarrow$

| | | |
|-----------------|--|----------------------------|
| racine #1 = x = | $\frac{-(-18) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{18 + 4}{2} = 11$ | +----+ 11 +----+ |
| racine #2 = y = | $\frac{-(-18) - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{18 - 4}{2} = 7$ | +----+ 7 +----+ |

- vérification: $11 + 7 = 18$ et $11 \cdot 7 = 77$

 --- Méthode #2 (en ne passant pas par une équation du 2e degré) ---

- <<>><<>><<>> exercice #1 <<>><<>><<>>

- soit $S = 11$ et $P = 30$
- demi-différence des 2 nombres: $d = (x - y)/2$
- $x = S/2 + d = 11/2 + d = 5,5 + d$
- $y = S/2 - d = 11/2 - d = 5,5 - d$
- $P = (S/2 + d) \cdot (S/2 - d) \Rightarrow 30 = (5,5 + d) \cdot (5,5 - d)$
- rappel (identité remarquable): $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
- $\Rightarrow 30 = (5,5)^2 - d^2$
- $\Rightarrow 30 = 30,25 - d^2$
- $\Rightarrow d^2 = 30,25 - 30$
- $\Rightarrow d = \sqrt{30,25 - 30} = \sqrt{0,25} = 0,5$

- $\Rightarrow x = S/2 + d = 5,5 + 0,5 = 6$

| | | | | |
|--------|--|---|--|--------|
| +----+ | | | | |
| 6 | | 6 | | +----+ |
| +----+ | | | | |

- $\Rightarrow x = S/2 - d = 5,5 - 0,5 = 5$

| | | | | |
|--------|--|---|--|--------|
| +----+ | | | | |
| 5 | | 5 | | +----+ |
| +----+ | | | | |

- vérification: $6 + 5 = 11$ et $6 \cdot 5 = 30$

- <<>><<>><<>> exercice #2 <<>><<>><<>>

- soit $S = 18$ et $P = 77$
- soit d la demi-différence des 2 nombres: $d = (x - y)/2$

- $x = S/2 + d = 18/2 + d = 9 + d$
- $y = S/2 - d = 18/2 - d = 9 - d$
- $P = (S/2 + d)*(S/2 - d) \Rightarrow 77 = (9 + d)*(9 - d)$
- rappel (identité remarquable): $(a + b)*(a - b) = a^2 - b^2$
- $\Rightarrow 77 = 9^2 - d^2$
- $\Rightarrow 77 = 81 - d^2$
- $\Rightarrow d^2 = 81 - 77$
- $\Rightarrow d = \sqrt{(81 - 77)} = \sqrt{4} = 2$

- $\Rightarrow x = S/2 + d = 9 + 2 = \begin{array}{c} +-----+ \\ | 11 | \\ +-----+ \end{array}$

- $\Rightarrow x = S/2 - d = 9 - 2 = \begin{array}{c} +-----+ \\ | 7 | \\ +-----+ \end{array}$

- vérification: $11 + 7 = 18$ et $11 * 7 = 77$

 --- Méthode #3 (en passant par un système d'équations) ---

- <<><><><> exercice #1 <><><><><>
- soit $S = 11$ et $P = 30$
- demi-différence des 2 nombres: $d = (x - y)/2$
- $x = S/2 + d = 11/2 + d = 5,5 + d$
- $y = S/2 - d = 11/2 - d = 5,5 - d$
- $P = (S/2 + d)*(S/2 - d) \Rightarrow 30 = (5,5 + d)*(5,5 - d)$
- rappel (identité remarquable): $(a + b)*(a - b) = a^2 - b^2$
- $\Rightarrow 30 = (5,5)^2 - d^2$
- $\Rightarrow 30 = 30,25 - d^2$
- $\Rightarrow d^2 = 30,25 - 30$
- $\Rightarrow d = \sqrt{(30,25 - 30)} = \sqrt{0,25} = 0,5$

- \Rightarrow le système d'équation --> $\begin{array}{l} | \bullet x + y = S \Rightarrow x + y = 11 \\ | \bullet x - y = 2d \Rightarrow x - y = 2*0,5 = 1 \end{array}$

• résolution par substitution:

• $x + y = 11 \Rightarrow y = 11 - x$

• $x - y = 1 \Rightarrow x - (11 - x) = 1 \Rightarrow x - 11 + x = 1 \Rightarrow 2x = 11 + 1 \Rightarrow$ $\begin{array}{c} +-----+ \\ | x = 6 | \\ +-----+ \end{array}$

• $x + y = 11 \Rightarrow 6 + y = 11 \Rightarrow y = 11 - 6 \Rightarrow$ $\begin{array}{c} +-----+ \\ | y = 5 | \\ +-----+ \end{array}$

• vérification: $6 + 5 = 11$ et $6 * 5 = 30$

• <<>><<>><<>> exercice #2 <<>><<>><<>>

• soit $S = 18$ et $P = 77$

• soit d la demi-différence des 2 nombres: $d = (x - y)/2$

• $x = S/2 + d = 18/2 + d = 9 + d$

• $y = S/2 - d = 18/2 - d = 9 - d$

• $P = (S/2 + d)*(S/2 - d) \Rightarrow 77 = (9 + d)*(9 - d)$

• rappel (identité remarquable): $(a + b)*(a - b) = a^2 - b^2$

• $\Rightarrow 77 = 9^2 - d^2$

• $\Rightarrow 77 = 81 - d^2$

• $\Rightarrow d^2 = 81 - 77$

• $\Rightarrow d = \sqrt{(81 - 77)} = \sqrt{4} = 2$

• \Rightarrow le système d'équation \rightarrow $\begin{array}{l} \bullet x + y = S \Rightarrow x + y = 18 \\ \bullet x - y = 2d \Rightarrow x - y = 2*2 = 4 \end{array}$

• résolution par substitution:

• $x + y = 18 \Rightarrow y = 18 - x$

• $x - y = 4 \Rightarrow x - (18 - x) = 4 \Rightarrow x - 18 + x = 4 \Rightarrow 2x = 18 + 4 \Rightarrow$ $\begin{array}{c} +-----+ \\ | x = 11 | \\ +-----+ \end{array}$

• $x + y = 18 \Rightarrow 11 + y = 18 \Rightarrow y = 18 - 11 \Rightarrow$ $\begin{array}{c} +-----+ \\ | y = 7 | \\ +-----+ \end{array}$

• vérification: $11 + 7 = 18$ et $11 * 7 = 77$

FIN