

<> Question:

- factoriser l'expression ci-dessous afin de pouvoir attribuer mentalement des valeurs à x et à y
- $1/x + 1/y + 1/xy = 1/5$

| note: l'étape 08 du développement ci-dessous fait appel à une petite astuce
intéressante (de LM) pour permettre une factorisation de l'expression

<> Réponse:

01 • $1/x + 1/y + 1/xy = 1/5$

02 • multiplier les 2 termes par $5xy$:

03 • $5xy(1/x + 1/y + 1/xy) = (1/5)5xy$

04 • $(5xy)/x + (5xy)/y + (5xy)/xy = (5xy)/5$

05 • $5x + 5y + 5 = xy$

06 • $5x - xy + 5y + 5 = 0$

07 • $x(5 - y) + 5y + 5 = 0$

08 • on ajoute $30 - 5^2 - 5$ au terme de gauche (total = 0 => aucune incidence)

09 • $x(5 - y) + 5y + 5 + 30 - 25 - 5 = 0$

10 • $x(5 - y) - 25 + 5y + 5 + 30 - 5 = 0$

11 • $x(5 - y) - 5(5 - y) + 30 = 0$

12 • $(x - 5)(5 - y) + 30 = 0$

13 • $(x - 5)(5 - y) = -30$

$$14 \cdot (x - 5)(y - 5) = 30$$

15 • il est alors aisément d'attribuer mentalement des valeurs à x et à y

16 • exemples:

$$\begin{aligned} & \rightarrow x = 35 \text{ et } y = 6 \\ & | \\ & \rightarrow x = 15 \text{ et } y = 8 \end{aligned}$$

$$17 \cdot (x - 5)(y - 5) = 30 \rightarrow |$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow x = 10 \text{ et } y = 11 \\ & | \\ & \rightarrow \text{etc.} \end{aligned}$$

18 • vérification (avec $x = 10$ et $y = 11$):

$$19 \cdot 1/x + 1/y + 1/xy = 1/5$$

$$20 \cdot 1/10 + 1/11 + 1/(10*11) = 1/5$$

$$21 \cdot 1/10 + 1/11 + 1/110 = 1/5$$

$$22 \cdot 11/110 + 10/110 + 1/110 = 1/5$$

$$23 \cdot 22/110 = 11/55 = 1/5$$

24 • autres exemples (en isolant x pour faire les calculs):

$$25 \cdot (x - 5)(y - 5) = 30 \Rightarrow x = [30/(y - 5)] + 5$$

$$26 \cdot \text{si } y = 1 \text{ alors } x = [30/(y - 5)] + 5 = [30/(1 - 5)] + 5 = -2,5$$

$$27 \cdot \text{si } y = 2 \text{ alors } x = [30/(y - 5)] + 5 = [30/(2 - 5)] + 5 = -5$$

$$28 \cdot \text{si } y = 3 \text{ alors } x = [30/(y - 5)] + 5 = [30/(3 - 5)] + 5 = -10$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow x = -2,5 \text{ et } y = 1 \\ & | \\ & \rightarrow x = -5 \text{ et } y = 2 \end{aligned}$$

$$29 \cdot (x - 5)(y - 5) = 30 \rightarrow |$$

$$\rightarrow x = -10 \text{ et } y = 3$$

|
+---> etc.

<> <>><>><>><>><>><>><>><>><>><>><>><>><>>

<> Question:

- (même exercice avec 7 à la place de 5)
- factoriser l'expression ci-dessous afin de pouvoir attribuer mentalement des valeurs à x et à y
- $1/x + 1/y + 1/xy = 1/7$

| note: l'étape 08 du développement ci-dessous fait appel à une petite astuce
intéressante (de LM) pour permettre une factorisation de l'expression

<> Réponse:

01 • $1/x + 1/y + 1/xy = 1/7$

02 • multiplier les 2 termes par $7xy$:

03 • $7xy(1/x + 1/y + 1/xy) = (1/7)7xy$

04 • $(7xy)/x + (7xy)/y + (7xy)/xy = (7xy)/7$

05 • $7x + 7y + 7 = xy$

06 • $7x - xy + 7y + 7 = 0$

07 • $x(7 - y) + 7y + 7 = 0$

08 • on ajoute $56 - 7^2 - 7$ au terme de gauche (total = 0 => aucune incidence)

09 • $x(7 - y) + 7y + 7 + 56 - 49 - 7 = 0$

10 • $x(7 - y) - 49 + 7y + 7 + 56 - 7 = 0$

$$11 \cdot x(7 - y) - 7(7 - y) + 56 = 0$$

$$12 \cdot (x - 7)(7 - y) + 56 = 0$$

$$13 \cdot (x - 7)(7 - y) = -56$$

$$14 \cdot (x - 7)(y - 7) = 56$$

15 • il est alors (assez) aisément d'attribuer mentalement des valeurs à x et à y

16 • exemples:

$$\begin{aligned} &+--> x = 35 \text{ et } y = 9 \\ &| \\ &+--> x = 63 \text{ et } y = 8 \end{aligned}$$

$$17 \cdot (x - 7)(y - 7) = 56 \quad \begin{matrix} \cdots \\ | \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} &+--> x = 21 \text{ et } y = 11 \\ &| \\ &+--> \text{etc.} \end{aligned}$$

18 • vérification (avec $x = 35$ et $y = 9$):

$$19 \cdot 1/x + 1/y + 1/xy = 1/7$$

$$20 \cdot 1/35 + 1/9 + 1/(35 \cdot 9) = 1/7$$

$$21 \cdot 1/35 + 1/9 + 1/315 = 1/7$$

$$22 \cdot 9/315 + 35/315 + 1/315 = 1/7$$

$$23 \cdot 45/315 = 5/35 = 1/7$$

24 • autres exemples (en isolant x pour faire les calculs):

$$25 \cdot (x - 7)(y - 7) = 56 \Rightarrow x = [56/(y - 7)] + 7$$

$$26 \cdot \text{si } y = 3 \text{ alors } x = [56/(y - 7)] + 7 = [56/(3 - 7)] + 7 = -7$$

$$27 \cdot \text{si } y = 5 \text{ alors } x = [56/(y - 7)] + 7 = [56/(5 - 7)] + 7 = -21$$

$$28 \cdot \text{si } y = 6 \text{ alors } x = [56/(y - 7)] + 7 = [56/(6 - 7)] + 7 = -49$$

$$\begin{aligned}
 & +---> x = -7 \text{ et } y = 3 \\
 & | \\
 & +---> x = -21 \text{ et } y = 5 \\
 29 \bullet (x - 7)(y - 7) = 56 \quad \rightarrow & | \\
 & +---> x = -49 \text{ et } y = 6 \\
 & | \\
 & +---> \text{etc.}
 \end{aligned}$$