```
••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••
•                                                                                    •
•            EXERCICE PERMETTANT D'ABORDER LE DOMAINE VASTE DES MATRICES             •
•                                                                                    •
•                                    01/02/2022                                      •
•                                                                                    •
••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••••
```

<> Avant-propos:

- une matrice est un tableau (ou une grille) constitué(e) ...

  >> de nombres

  >> de symboles

  >> de nombres et de symboles

  >> d'expressions algébriques

- à titre d'exemple, les matrices sont beaucoup utilisées dans les jeux video pour

  calculer les images (portraits, paysages, etc.) en 3D selon les angles de vue

<> Question:

- soit le système de 2 équations:

```
   | 2x + 3y = 0
  <
   | 4x + y = 5
```

- x = ? et y = ? (en utilisant des matrices)

  [note: résultats attendus: x = 1,5 et y = -1]

<> Réponse:

```
-------------------------------------------------------
<<>><<>><<>>   I. RAPPEL SUR LES MATRICES   <<>><<>><<>>
-------------------------------------------------------
```

- diviser une matrice par une autre revient à multiplier la première matrice

  par l'inverse de la deuxième matrice:

  -> comme pour les nombres: a/b = c <=> a*(1/b) = c

  -> comme pour les matrices: M1/M2 = M3 <=> M1*(1/M2) = M3

- inverser une matrice (étape 1 sur 4: calcul du déterminant):

  -> de même que l'inverse de b est 1/b

  -> de même l'inverse de la matrice M2 est 1/M2

  -> attention: toute matrice n'est pas réversible

-> pour tester la réversibilité d'un matrice carrée 2 sur 2 il faut procéder ainsi:

-> soit la matrice M (avec 4 valeurs: 1, 2, 3 et 4):

```
M
•---•---•
| 1 | 2 |
•---•---•
| 3 | 4 |
•---•---•
```

-> faire la différence des produits (appelée le "déterminant") des diagonales:

```
•---•                 •---•
| 1 |                 | 2 |
•---•---•         •---•---•
    | 4 |         | 3 |
    •---•         •---•
-------------+-------------
             |
+------------+
|                                         +----------------+
+---> déterminant de la matrice M = |M| = | 1*4 - 3*2 = -2 |
                                          +----------------+
```

-> si le déterminant |M| <> 0 => la matrice est réversible

-> si le déterminant |M| = 0 => la matrice n'est pas réversible

- inverser une matrice (étape 2 sur 4: calcul de la matrice adjointe):

-> soit la matrice M (avec 4 valeurs: a, b, c et d):

```
M
•---•---•
| a | b |
•---•---•
| c | d |
•---•---•
```

-> la matrice ajointe de M (adjM):

```
•---•                                                 •---•
| a |                                                 | d |
•---•---•   ---> permutation dans la diagonale --->   •---•---•
    | d |                                                 | a |
    •---•                                                 •---•

    •---•                                                 •----•
    | b |                                                 | -b |
•---•---•   ---> inversion dans la diagonale --->   •----•----•
| c |                                                 | -c |
•---•                                                 •----•
```

-> pour obtenir:

adjM

```
•----•-----•
|  d | -b |
•----•-----•
| -c |  a |
•----•-----•
```

- inverser une matrice (étape 3 sur 4: calcul de la matrice inversée):

  -> convertir M en adjM:

```
M                  adjM
•---•---•          •----•-----•
| a | b |          |  d | -b |
•---•---•   --->   •----•-----•
| c | d |          | -c |  a |
•---•---•          •----•-----•
```

  -> multiplier adjM par l'inverse du déterminant (D) pour obtenir la matrice

  inverse de M (1/M):

```
adjM                        1/M
•----•-----•                •------•-------•
|  d | -b |                |  d/D | -b/D |
•----•-----•   *   1/D   =  •------•-------•
| -c |  a |                | -c/D |  a/D |
•----•-----•                •------•-------•
```

- inverser une matrice (étape 4 sur 4: exemple réel):

  -> convertir M en adjM:

```
M                  adjM
•---•---•          •----•-----•
| 1 | 2 |          |  4 | -2 |
•---•---•   --->   •----•-----•
| 3 | 4 |          | -3 |  1 |
•---•---•          •----•-----•
```

  -> multiplier adjM par l'inverse du déterminant (D) pour obtenir la matrice

  inverse de M (1/M):

```
adjM                         1/M
•----•-----•                 •------•-------•
|  4 | -2 |                 |   -2 |    1 |
•----•-----•   *   -1/2   =  •------•-------•
| -3 |  1 |                 |  1,5 | -0,5 |
•----•-----•                 •------•-------•
```

- multiplier une matrice par une autre matrice:

  -> procédure pour multiplier 2 matrices (carrées) entre elles:

  -> soit: matrice X * matrice Y = matrice Z

  -> [note: r1 = rang 1; r2 = rang 2, c1 = colonne 1, c2 = colonne 2]

```
        X                Y                Z
        •---•---•        •---•---•        •------------•------------•
     r1 |   |   |        |   |   |        |   r1 c1    |   r1 c2    |
        •---•---•   *    •---•---•   =    •------------•------------•
     r2 |   |   |        |   |   |        |   r2 c1    |   r2 c2    |
        •---•---•        •---•---•        •------------•------------•
                           c1 c2

        •---•---•        •---•---•        •------------•------------•
        | 1 | 2 |        | 5 | 6 |        | .*. + .*. | .*. + .*. |
        •---•---•   *    •---•---•   =    •------------•------------•
        | 3 | 4 |        | 7 | 8 |        | .*. + .*. | .*. + .*. |
        •---•---•        •---•---•        •------------•------------•

        1) r1c1 (gauche * haut + droite * bas):

        •---•---•        •---•            •------------•------------•
        | 1 | 2 |        | 5 |            | 1*5 + 2*7 |            |
        •---•---•   *    •---•       =    •------------•------------•
                         | 7 |            |            |            |
                         •---•            •------------•------------•

        2) r1c2 (gauche * haut + droite * bas):

        •---•---•            •---•        •------------•------------•
        | 1 | 2 |            | 6 |        |            | 1*6 + 2*8 |
        •---•---•   *        •---•   =    •------------•------------•
                             | 8 |        |            |            |
                             •---•        •------------•------------•

        3) r2c1 (gauche * haut + droite * bas):

                         •---•            •------------•------------•
                         | 5 |            |            |            |
        •---•---•   *    •---•       =    •------------•------------•
        | 3 | 4 |        | 7 |            | 3*5 + 4*7 |            |
        •---•---•        •---•            •------------•------------•

        4) r2c2 (gauche * haut + droite * bas):

                             •---•        •------------•------------•
                             | 6 |        |            |            |
        •---•---•   *        •---•   =    •------------•------------•
        | 3 | 4 |            | 8 |        |            | 3*6 + 4*8 |
        •---•---•            •---•        •------------•------------•
```

-> mode opératoire (pas à pas):

>> la case en haut à gauche de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 1 de X avec le terme en haut de la colonne 1 de Y

>>> du terme à droite du rang 1 de X avec le terme en bas de la colonne 1 de Y

puis

>> la case en haut à droite de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 1 de X avec le terme en haut de la colonne 2 de Y

>>> du terme à droite du rang 1 de X avec le terme en bas de la colonne 2 de Y

puis

>> la case en bas à gauche de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 2 de X avec le terme en haut de la colonne 1 de Y

>>> du terme à droite du rang 2 de X avec le terme en bas de la colonne 1 de Y

puis

>> la case en bas à droite de la matrice résultat (Z) est la somme de 2 produits:

>>> du terme à gauche du rang 2 de X avec le terme en haut de la colonne 2 de Y

>>> du terme à droite du rang 2 de X avec le terme en bas de la colonne 2 de Y

```
-------------------------------------------------------
<<>><<>><<>>   II. RÉPONSE DE L'EXERCICE   <<>><<>><<>>
-------------------------------------------------------
```

• stocker les données de l'exercice dans des matrices:

-> soit les 3 matrices du système d'équation à résoudre:

1) la matrice des valeurs connues (C): 2, 3, 4 et 1

2) la matrice des valeurs inconnues (I): x et y

3) la matrice des résultats connus (R): 0 et 5

```
C                I           R
•---•---•        •---•       •---•
| 2 | 3 |        | x |       | 0 |
•---•---•   *    •---•   =   •---•
| 4 | 1 |        | y |       | 5 |
•---•---•        •---•       •---•

+---------------------------------------------------------+
| R = C*I => I = R/C ou encore R*(1/C) ou encore (1/C)*R |
+---------------------------------------------------------+
```

• calculer le déterminant de C:

-> le déterminant permet de vérifier la réversibilité de la matrice C:

```
C
•---•---•
| 2 | 3 |
•---•---•
| 4 | 1 |
•---•---•

•---•                 •---•
| 2 |                 | 3 |
```

```
    •---•---•          •---•---•
        | 1 |          | 4 |
        •---•          •---•
    -------------+-------------
                 |
    +------------+
    |                                        +-----------------+
    +---> déterminant de la matrice C = |C| = | 2*1 - 3*4 = -10 |
                                             +-----------------+
```

-> le déterminant est différent de 0 => matrice C = réversible

- inversion de la matrice C:

  -> convertir C en adjC:

```
    C                  adjC
    •---•---•          •----•----•
    | 2 | 3 |          |  1 | -3 |
    •---•---•   --->   •----•----•
    | 4 | 1 |          | -4 |  2 |
    •---•---•          •----•----•
```

  -> multiplier adjC par l'inverse du déterminant (D) pour obtenir la matrice

  inverse de C (1/C):

```
    adjC                          1/C
    •----•----•                   •------•------•
    |  1 | -3 |                   | -0,1 |  0,3 |
    •----•----•   *   -1/10   =   •------•------•
    | -4 |  2 |                   |  0,4 | -0,2 |
    •----•----•                   •------•------•
```

- multiplication de la matrice 1/C avec la matrice R:

  -> [rappel:

  >> rang versus colonne

  >> (gauche * haut) + (droite * bas)]

```
   1/C                    R          I                          I
   •------•------•        •---•      •-----------------•        •-----•
   | -0,1 |  0,3 |        | 0 |      | -0,1*0 + 0,3*5 |        | 1,5 |
   •------•------•   *    •---•   =  •-----------------•   =    •-----•
   |  0,4 | -0,2 |        | 5 |      | 0,4*0 + -0,2*5 |        |  -1 |
   •------•------•        •---•      •-----------------•        •-----•
```

- RÉSULTAT FINAL:

```
 +---------------------------------------------+
 |                                             |
 |   •-----•                                   |
 |   | 1,5 | <--- est la valeur x attendue     |
 |   •-----•                                   |
 |   |  -1 | <--- est la valeur y attendue     |
 |   •-----•                                   |
```

```
       |                                          |
       +------------------------------------------+

<> fin

      ----------------------------------------
      <<>><<>><<>>   III. BONUS   <<>><<>><<>>
      ----------------------------------------

      • calcul du déterminant d'une matrice 3 sur 3:

        -> soit la matrice M et la règle des signes:

           M
           •---•---•---•        •---•---•---•
           | 9 | 8 | 7 |        | + | - | + |
           •---•---•---•        •---•---•---•
      +----| 6 | 5 | 4 |   et   | - | + | - |----+
      |    •---•---•---•        •---•---•---•    |
      |    | 3 | 2 | 0 |        | + | - | + |    |
      |    •---•---•---•        •---•---•---•    |
      |                                          |
      |    •---•---•---•        •---•---•---•    |
      +--->| 6 | 5 | 4 |        | - | + | - |<---+
           •---•---•---•        •---•---•---•
                                  |   |   |
                         +--------+   |   +--------+
                         |            |            |
                         v •---•      v •---•      v •---•
                   |M| = - | 6 | * M1 + | 5 | * M2 - | 4 | * M3
                           •---•        •---•        •---•

        -> contenu de la matrice M (rappel):

           M
           •---•---•---•
           | 9 | 8 | 7 |
           •---•---•---•
           | 6 | 5 | 4 |
           •---•---•---•
           | 3 | 2 | 0 |
           •---•---•---•

        -> contenu de la matrice M1 à partir de M:

           M
           •---•---•---•          M1
           | ■ | 8 | 7 |          •---•---•
           • ■ •---•---•          | 8 | 7 |
           | ■ ■ ■ ■ ■ |   --->   •---•---•
           • ■ •---•---•          | 2 | 0 |
           | ■ | 2 | 0 |          •---•---•
           •---•---•---•

        -> contenu de la matrice M2 à partir de M:

           M
           •---•---•---•          M2
```

```
    | 9 | ■ | 7 |          •---•---•
    •---• ■ •---•          | 9 | 7 |
    | ■ ■ ■ ■ ■ |   --->   •---•---•
    •---• ■ •---•          | 3 | 0 |
    | 3 | ■ | 0 |          •---•---•
    •---•---•---•

-> contenu de la matrice M3 à partir de M:

    M
    •---•---•---•          M3
    | 9 | 8 | ■ |          •---•---•
    •---•---• ■ •          | 9 | 8 |
    | ■ ■ ■ ■ ■ |   --->   •---•---•
    •---•---• ■ •          | 3 | 2 |
    | 3 | 2 | ■ |          •---•---•
    •---•---•---•

-> calcul de |M| (le déterminant):

             M1
             •---•---•
     •---•   | 8 | 7 |
     | 6 | * •---•---• = 6 * (8*0 - 2*7) = -84
     •---•   | 2 | 0 |
             •---•---•

             M2
             •---•---•
     •---•   | 9 | 7 |
     | 5 | * •---•---• = 5 * (9*0 - 3*7) = -105
     •---•   | 3 | 0 |
             •---•---•

             M3
             •---•---•
     •---•   | 9 | 8 |
     | 4 | * •---•---• = 4 * (9*2 - 3*8) = -24
     •---•   | 3 | 2 |
             •---•---•

     conclusion: 6 * M1 = -84

     conclusion: 5 * M2 = -105

     conclusion: 4 * M3 = -24

     comme |M| = - (6 * M1) + (5 * M2) - (4 * M3)

     => |M| = - (-84) + (-105) - (-24)

     => |M| = 84 - 105 + 24

     => |M| = - 21 + 24

     => |M| = 3

     +-------------------------------------------------+
```

```
| |M| = 3 = différent de zéro => M est reversible |
+-------------------------------------------------+
```

- générer la matrice ajointe de M (adjM):

  -> contenu de la matrice M (rappel):

```
M
•---•---•---•
| 9 | 8 | 7 |
•---•---•---•
| 6 | 5 | 4 |
•---•---•---•
| 3 | 2 | 0 |
•---•---•---•
```

  -> procédure en 4 étapes:

  étape #1 ...

```
M
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•
| 9 | 8 | 7 |          | 9 |   |   |          | ■ ■ ■ ■ ■ |
•---•---•---•          •---•---•---•          • ■ •---•---•
| 6 | 5 | 4 |   --->   |   |   |   |   --->   | ■ | 5 | 4 |
•---•---•---•          •---•---•---•          • ■ •---•---•
| 3 | 2 | 0 |          |   |   |   |          | ■ | 2 | 0 |
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•
                                                       |
        +----------------------------------------------+
        |
        v
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 5 | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 2 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
```

étape #2 ...

```
M
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•
| 9 | 8 | 7 |          |   | 8 |   |          | ■ ■ ■ ■ ■ |
•---•---•---•          •---•---•---•          •---• ■ •---•
| 6 | 5 | 4 |   --->   |   |   |   |   --->   | 6 | ■ | 4 |
•---•---•---•          •---•---•---•          •---• ■ •---•
| 3 | 2 | 0 |          |   |   |   |          | 3 | ■ | 0 |
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•
                                                |       |
                        +-----------------------+-------+
                        |
                        v
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 5 | 4 |   |   | 6 | 4 |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 2 | 0 |   |   | 3 | 0 |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
```

étape #3 ...

```
M
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•
| 9 | 8 | 7 |          |   |   | 7 |          | ■ ■ ■ ■ ■ |
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---• ■ •
| 6 | 5 | 4 |   --->   |   |   |   |   --->   | 6 | 5 | ■ |
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---• ■ •
| 3 | 2 | 0 |          |   |   |   |          | 3 | 2 | ■ |
•---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•
                                                  |
                                        +---------+
                                        |
                                        v
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 5 | 4 |   |   | 6 | 4 |   |   | 6 | 5 |   |
```

```
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   | 2 | 0 |   |   | 3 | 0 |   |   | 3 | 2 |   |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |               |               |               |
     +---------------+---------------+---------------+
     |               |               |               |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |               |               |               |
     +---------------+---------------+---------------+
     |               |               |               |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |               |               |               |
     +---------------+---------------+---------------+

     étape #4 ...

     M
     •---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•
     | 9 | 8 | 7 |          |   |   |   |          | ■ | 8 | 7 |---+
     •---•---•---•          •---•---•---•          • ■ •---•---•   |
     | 6 | 5 | 4 |   --->   | 6 |   |   |   --->   | ■ ■ ■ ■ ■ |   |
     •---•---•---•          •---•---•---•          • ■ •---•---•   |
     | 3 | 2 | 0 |          |   |   |   |          | ■ | 2 | 0 |---+
     •---•---•---•          •---•---•---•          •---•---•---•   |
                                                                   |
+------------------------------------------------------------------+
|
|
|    +---------------+---------------+---------------+
|    |               |               |               |
|    |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|    |   | 5 | 4 |   |   | 6 | 4 |   |   | 6 | 5 |   |
|    |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|    |   | 2 | 0 |   |   | 3 | 0 |   |   | 3 | 2 |   |
|    |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|    |               |               |               |
|    +---------------+---------------+---------------+
|    |               |               |               |
|    |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|    |   | 8 | 7 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
+--->|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   | 2 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |               |               |               |
     +---------------+---------------+---------------+
     |               |               |               |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
     |   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
```

```
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
```

et ainsi de suite, avec la même logique, juqu'à obtenir ...

```
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 5 | 4 |   |   | 6 | 4 |   |   | 6 | 5 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 2 | 0 |   |   | 3 | 0 |   |   | 3 | 2 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 8 | 7 |   |   | 9 | 7 |   |   | 9 | 8 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 2 | 0 |   |   | 3 | 0 |   |   | 3 | 2 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 8 | 7 |   |   | 9 | 7 |   |   | 9 | 8 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 5 | 4 |   |   | 6 | 4 |   |   | 6 | 5 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
```

puis, selon la règle chacune des "sous-matrices" doit être signée ...

```
           •---•---•---•
           | + | - | + |
           •---•---•---•
règle ---> | - | + | - |
           •---•---•---•
           | + | - | + |
           •---•---•---•
```

```
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 5 | 4 |   |   | 6 | 4 |   |   | 6 | 5 |   |
| + •---•---•   | - •---•---•   | + •---•---•   |
|   | 2 | 0 |   |   | 3 | 0 |   |   | 3 | 2 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 8 | 7 |   |   | 9 | 7 |   |   | 9 | 8 |   |
| - •---•---•   | + •---•---•   | - •---•---•   |
|   | 2 | 0 |   |   | 3 | 0 |   |   | 3 | 2 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
```

```
+---------------+---------------+---------------+
|               |               |               |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|   | 8 | 7 |   |   | 9 | 7 |   |   | 9 | 8 |   |
| + •---•---•   | - •---•---•   | + •---•---•   |
|   | 5 | 4 |   |   | 6 | 4 |   |   | 6 | 5 |   |
|   •---•---•   |   •---•---•   |   •---•---•   |
|               |               |               |
+---------------+---------------+---------------+
```

puis, faire le produit des éléments de chacune des 9 "sous-matrices" ...

[note: s = signe + ou -]

```
  •---•---•           +--------------------------------+
  | a | b |           | •---•   •---•    •---•   •---• |
s •---•---•   --->  s | | a | * | d |  - | b | * | c | |
  | c | d |           | •---•   •---•    •---•   •---• |
  •---•---•           +--------------------------------+

  •---•---•
  | 5 | 4 |
+ •---•---•   --->  + (5*0 - 4*2) = +(-8) = -8
  | 2 | 0 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 6 | 4 |
- •---•---•   --->  - (6*0 - 4*3) = -(-12) = 12
  | 3 | 0 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 6 | 5 |
+ •---•---•   --->  + (6*2 - 5*3) = +(-3) = -3
  | 3 | 2 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 8 | 7 |
- •---•---•   --->  - (8*0 - 7*2) = -(-14) = 14
  | 2 | 0 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 9 | 7 |
+ •---•---•   --->  + (9*0 - 7*3) = +(-21) = -21
  | 3 | 0 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 9 | 8 |
- •---•---•   --->  - (9*2 - 8*3) = -(-6) = 6
  | 3 | 2 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 8 | 7 |
```

```
+ •---•---•   --->   + (8*4 - 7*5) = +(-3) = -3
  | 5 | 4 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 9 | 7 |
- •---•---•   --->   - (9*4 - 7*6) = -(-6) = 6
  | 6 | 4 |
  •---•---•

  •---•---•
  | 9 | 8 |
+ •---•---•   --->   + (9*5 - 8*6) = +(-3) = -3
  | 6 | 5 |
  •---•---•
```

puis ranger les résultats dans une matrice 3 sur 3 ...

```
•-----•-----•-----•
|  -8 |  12 |  -3 |
•-----•-----•-----•
|  14 | -21 |   6 |
•-----•-----•-----•
|  -3 |   6 |  -3 |
•-----•-----•-----•
```

puis opérer une permutation sur le modèle ...

```
•---•---•---•
| a | b | c |
•---•---•---•
| d | e | f |
•---•---•---•
| g | h | i |
•---•---•---•
```

où le contenu des angles au-dessus et en-dessous de la diagonale "a-e-i" ...

```
        •---•---•
  •---• |   |   |
  | a | •---•---•
  •---•---• |   |
•---• | e | •---•
|   | •---•---•
•---•---• | i |
|   |   | •---•
•---•---•

        •---•---•
  •---• | b | c |
  |   | •---•---•
  •---•---• | f |
•---• |   | •---•
| d | •---•---•
•---•---• |   |
| g | h | •---•
•---•---•
```

sont permutés, et donc "b-c-f" devient "d-g-h" et "d-g-h" devient "b-c-f" ...

```
        •---•---•
  •---• | d | g |
  |   | •---•---•
  •---•---• | h |
•---• |   | •---•
| b | •---•---•
•---•---• |   |
| c | f | •---•
•---•---•
```

ce qui donne en finalité ...

```
•---•---•---•
| a | d | g |
•---•---•---•
| b | e | h |
•---•---•---•
| c | f | i |
•---•---•---•
```

et obtenir la matrice adjointe (adjM) ...

```
                                adjM
•-----•-----•-----•             •-----•-----•-----•
|  -8 |  12 |  -3 |             |  -8 |  14 |  -3 |
•-----•-----•-----•             •-----•-----•-----•
|  14 | -21 |   6 |   devient   |  12 | -21 |   6 |
•-----•-----•-----•             •-----•-----•-----•
|  -3 |   6 |  -3 |             |  -3 |   6 |  -3 |
•-----•-----•-----•             •-----•-----•-----•
```

- inversion de la matrice M:

  -> inverse d'une matrice M est le produit de sa matrice

  adjointe (adjM) par l'inverse du déterminant de M (|M|):

```
+------------------------+
|                        |
|            1           |
|   adjM * ----- = 1/M   |
|           |M|          |
|                        |
+------------------------+
```

```
adjM                        1/M
•-----•-----•-----•         •-------•-------•-------•
|  -8 |  14 |  -3 |         |  -8/3 |  14/3 |    -1 |
•-----•-----•-----•    1    •-------•-------•-------•
|  12 | -21 |   6 | * --- = |     4 |    -7 |     2 |
•-----•-----•-----•    3    •-------•-------•-------•
|  -3 |   6 |  -3 |         |    -1 |     2 |    -1 |
•-----•-----•-----•         •-------•-------•-------•

                            1/M
                            •--------------•--------------•--------------•
```

```
  | -2,666666667 |  4,666666667 |           -1 |
  •--------------•--------------•--------------•
= |            4 |           -7 |            2 |
  •--------------•--------------•--------------•
  |           -1 |            2 |           -1 |
  •--------------•--------------•--------------•
```

```
<> fin
```