

=====

SYSTEME D'EQUATIONS RESOLU AVEC LA METHODE DU PIVOT DE GAUSS

=====

<> Question:

- soit le système (à 3 équations et 3 inconnus):

$$\begin{array}{l} | 2x + 4y + 6z = 28 \\ | \\ < 4x + 2y - 4z = -4 \\ | \\ | 6x - 4y + 2z = 4 \end{array}$$

- que valent x, y et z en utilisant la méthode du pivot de GAUSS ?
- [note le signe ":= ' signifie "affectation"]

<> Réponse:

- attribution d'un code ligne à chaque équation du système (ex: L2 = Ligne 2):

$$\begin{array}{l} | 2x + 4y + 6z = 28 \quad <--- L1 \\ | \\ < 4x + 2y - 4z = -4 \quad <--- L2 \\ | \\ | 6x - 4y + 2z = 4 \quad <--- L3 \end{array}$$

- analyse des actions à réaliser: annuler x sur L2 et L3 au regard de L1 (L1 est donc le PIVOT):

$$\begin{array}{l} | 2x + 4y + 6z = 28 \quad <--- PIVOT \\ | \\ < 4x + 2y - 4z = -4 \quad <--- \text{action à réaliser: } L2 := L2/2 - L1 \\ | \\ | 6x - 4y + 2z = 4 \quad <--- \text{action à réaliser: } L3 := L3/3 - L1 \end{array}$$

- exécution des actions:

$$| 2x + 4y + 6z = 28$$

$$\begin{array}{l} | \\ < \quad 4x + 2y - 4z = -4 \quad \text{---> } L2 := L2/2 \quad \text{---> } 2x + y - 2z = -2 \\ | \\ \quad 6x - 4y + 2z = 4 \quad \text{---> } L3 := L3/3 \quad \text{---> } 2x - 4/3y + 2/3z = 4/3 \end{array}$$

- exécution des actions:

$$\begin{array}{l} | \quad 2x + 4y + 6z = 28 \\ | \\ < \quad 2x + y - 2z = -2 \quad \text{---> } L2 := L2 - L1 \quad \text{---> } 0x - 3y - 8z = -30 \\ | \\ \quad 2x - 4/3y + 2/3z = 4/3 \quad \text{---> } L3 := L3 - L1 \quad \text{---> } 0x - 16/3y - 16/3z = -80/3 \end{array}$$

- analyse des actions à réaliser: annuler y sur L3 au regard de L2 (L2 est donc le "nouveau" PIVOT):

$$\begin{array}{l} | \quad 2x + 4y + 6z = 28 \\ | \\ < \quad 0x - 3y - 8z = -30 \quad \text{<--- PIVOT} \\ | \\ \quad 0x - 16/3y - 16/3z = -80/3 \quad \text{<--- action à réaliser: } L3 := L3*(9/16) - L2 \end{array}$$

- exécution des actions:

$$\begin{array}{l} | \quad 2x + 4y + 6z = 28 \\ | \\ < \quad 0x - 3y - 8z = -30 \\ | \\ \quad 0x - 16/3y - 16/3z = -80/3 \quad \text{---> } L3 := L3*(9/16) \quad \text{---> } 0x - 3y - 3z = -15 \end{array}$$

- exécution des actions:

$$\begin{array}{l} | \quad 2x + 4y + 6z = 28 \\ | \\ < \quad 0x - 3y - 8z = -30 \\ | \\ \quad 0x - 3y - 3z = -15 \quad \text{---> } L3 := L3 - L2 \quad \text{---> } 0x - 0y + 5z = 15 \end{array}$$

- système devenu "triangulaire":

$$\begin{array}{l} | 2x + 4y + 6z = 28 \\ < | \quad -3y - 8z = -30 \\ | \quad \quad \quad 5z = 15 \end{array}$$

• résultats finaux (par déductions faciles):

$$\begin{array}{l} \rightarrow L3: 5z = 15 \Rightarrow z = 15/5 \Rightarrow \dots\dots\dots +-----+ \\ | z = 3 | \\ +-----+ \\ \rightarrow L2: \text{si } z = 3 \text{ alors } -3y - 24 = -30 \Rightarrow -3y = -6 \Rightarrow \dots\dots\dots +-----+ \\ | y = 2 | \\ +-----+ \\ \rightarrow L1: \text{si } z = 3 \text{ et } y = 2 \text{ alors } 2x + 8 + 18 = 28 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow \dots +-----+ \\ | x = 1 | \\ +-----+ \end{array}$$