<> Question:

| a + b = 2
|
| ab = 3
|
| a^5 + b^5 = ?

<> Réponse:

<<>><<>><<>> Étape #1: (a + b)^n avec n = 5 <<>><<>><<>>

(a + b)^5 = a^5 + 5*a^4*b + 10*a^3*b^2 + 10*a^2*b^3 + 5*a*b^4 + b^5

(a + b)^5 = a^5 + b^5 + 5*a^4*b + 5*a*b^4 + 10*a^3*b^2 + 10*a^2*b^3

(a + b)^5 = a^5 + b^5 + 5*(a^4*b + a*b^4) + 10*(a^3*b^2 + a^2*b^3)

(a + b)^5 = a^5 + b^5 + 5*ab(a^3 + b^3) + 10*ab^2*(a + b)

a^5 + b^5 = (a + b)^5 - 5*ab(a^3 + b^3) - 10*ab^2*(a + b)

on remplace a + b par 2 et ab par 3

a^5 + b^5 = 2^5 - 5*3*(a^3 + b^3) - 10*3^2*2

a^5 + b^5 = 32 - 15*(a^3 + b^3) - 180

a^5 + b^5 = -15*(a^3 + b^3) - 148 <--- "Ligne 01"

<<>><<>><<>> Étape #2: (a + b)^n avec n = 3 <<>><<>><<>>

(a + b)^3 = a^3 + 3*a^2*b + 3*a*b^2 + b^3

(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3*a^2*b + 3*a*b^2

(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3*(ab)*(a + b)

on remplace a + b par 2 et ab par 3

2^3 = a^3 + b^3 + 3*3*2

8 = a^3 + b^3 + 18

a^3 + b^3 = -18 + 8

a^3 + b^3 = -10

<<>><<>><<>> Étape #3: finalisation <<>><<>><<>>

on injecte a^3 + b^3 = -10 dans la "Ligne 01" (ci-dessus)

a^5 + b^5 = -15*-10 - 148

a^5 + b^5 = 150 - 148

```
+---------------+
| a^5 + b^5 = 2 |
+---------------+
```

B O N U S

<<>><<>><<>> Rappel <<>><<>><<>>

Il existe une méthode qui permet de trouver séparément les valeurs de deux

nombres a et b quand on connait leur somme (S) et leur produit (P):

a + b = S

ab = P

soit la fonction: x^2 - Sx + P = 0

a = racine x' de la fonction

b = racine x" de la fonction

<<>><<>><<>> Exemple <<>><<>><<>>

S: $a + b = 4$

P: $ab = 3$

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

discriminant = $(-4)^2 - 4*1*3 = 16 - 12 = 4$

(note: rc = racine carrée)

$x' = [-(-4) + rc(4)]/2*1 = (4 + 2)/2 = 6/2 = 3$

$x'' = [-(-4) - rc(4)]/2*1 = (4 - 2)/2 = 2/2 = 1$

Vérification:

$a + b = x' + x'' = 3 + 1 = 4$

$ab = x'x'' = 3*1 = 3$

=> Ok !

<<>><<>><<>> Application sur l'exercice actuel <<>><<>><<>>

S: $a + b = 2$

P: $ab = 3$

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - 2x + 3 = 0$

discriminant = $(-2)^2 - 4*1*3 = 4 - 12 = -8$

discriminant < 0 => pas de racine (dans l'ensemble R) !!!

ET POURTANT LA MÉTHODE UTILISÉE POUR CALCULER (a^5 + b^5) AU DÉBUT DE

CE DOCUMENT AVAIT PERMIS DE TROUVER UNE RÉPONSE (a^5 + b^5 = 2).