<> Question:

factoriser au maximum: $x^4 + 4y^4$

<> Réponse:

$x^4 + 4y^4$

note: sqrt = racine carrée (ex: sqrt(16) = 4)

soit $X = \mathrm{sqrt}(x^4) = x^2$

soit $Y = \mathrm{sqrt}(4y^4) = 2y^2$

alors $x^4 + y^4$ devient $X^2 + Y^2$

$X^2 + Y^2 = X^2 + Y^2 + 2XY - 2XY$

$= (X^2 + 2XY + Y^2) - 2XY$

note: présence de l'identité remarquable << $(a + b)^2$ >>

$= (X + Y)^2 - 2XY$

comme $X = x^2$ et $Y = 2y^2$

alors $(X + Y)^2 - 2XY$ devient $(x^2 + 2y^2)^2 - 2*x^2*2y^2$

$= (x^2 + 2y^2)^2 - 4*x^2*y^2$

$= (x^2 + 2y^2)^2 - 2^2*x^2*y^2$

$= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2$

note: différence de 2 carrés

$= (x^2 + 2y^2) + 2xy) * (x^2 + 2y^2) - 2xy)$

$= (x^2 + 2y^2 + 2xy) * (x^2 + 2y^2 - 2xy)$

$= (x^2 + y^2 + y^2 + 2xy) * (x^2 + y^2 + y^2 - 2xy)$

$= (x^2 + 2xy + y^2 + y^2) * (x^2 - 2xy + y^2 + y^2)$

note: présence des identités remarquables $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$

$= ((x + y)^2 + y^2) * ((x - y)^2 + y^2)$

résultat final:

$$\boxed{x^4 + 4y^4 = ((x + y)^2 + y^2) * ((x - y)^2 + y^2)}$$

vérification:

si $x = 2$ et $y = 3 \Rightarrow x^4 + 4y^4 = 2^4 + 4*3^4 = 16 + 324 = 340$

$((x + y)^2 + y^2) * ((x - y)^2 + y^2)$

$= ((2 + 3)^2 + 3^2) * ((2 - 3)^2 + 3^2)$

$= (25 + 9) * (1 + 9)$

$= 34 * 10 = 340 \Rightarrow$ Ok !!!